

多层次自适应空间系数高斯小波图像边缘检测

王青竹¹⁾ 王珂¹⁾ 袁国良²⁾ 刘准¹⁾

¹⁾(吉林大学 通信工程学院,长春 130025) ²⁾(上海海事大学信息学院,上海 200135)

摘要 为了在有效抑制噪声的同时,能更准确定位边缘,根据高斯函数平滑图像不因信噪比而异这一特点,提出了一种自适应选择 σ (空间系数)的算法。该算法首先利用灰度共生矩阵的惯性特征值来计算适合当前图像的 σ 值;然后根据该值计算相应的高斯高、低通滤波器,再计算所得低通图像的 σ 值,并以此类推,直至噪声基本去除;最后将用不同 σ 值得到的各层次边缘图像按一定准则进行融合来得到单像素宽度的边缘检测结果。实验结果证明,该算法与经典算法、B样条小波算法比较,在去除噪声和准确定位边缘两方面均有提高。信噪比可提高0.47%~6.07%,运算时间增加了0.29%~6.36%。尤其对于分辨率较低的图像(256×256)的边缘检测效果更加明显。

关键词 高斯小波 灰度共生矩阵 自适应 σ 边缘检测

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)07-1347-07

Multi-hierarchy and Adaptive Space Coefficient Image Edge Detection Based on Gauss Wavelet

WANG Qing-zhu¹⁾, WANG Ke¹⁾, YUAN Guo-liang²⁾, LIU Zhun¹⁾

¹⁾(College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130025)

²⁾(College of Information, Shanghaihaishi University, Shanghai 200135)

Abstract According to the characteristic of Gauss which smoothes the image without reference to SNR, a new algorithm with adaptive σ (space coefficient) is put forward to in this paper for purpose of both precise image detection and effective noise restraining. Firstly, inertia of moment of gray level co-occurrence matrix is used to design the σ which is suitable to the current image. Secondly, high-pass filters and low-pass filters are designed according to the σ and the next σ is determined out in accordance with the image which is filtered by low-pass filters. The process is repeated till noise is removed basically. At last, images of all levels extracted with different σ are fused to obtain the final image edge with only one pixel wide in accordance by certain rules. Simulation results indicate that when comparing with traditional algorithms and B-spline wavelet, SNR is improved 0.47% ~ 6.07%, and computing time is increased 0.29% ~ 6.36%. The new algorithm proposed in this paper is more efficient in precise image detection and effective noise restraining especially for low-resolution image(256×256).

Keywords Gauss wavelet, gray level co-occurrence matrix, adaptive σ , edge detection

1 引言

图像边缘检测存在的最大难点是无法在准确定位边缘的同时,有效去除噪声。基于小波变换的边缘检测算法是当前进行边缘检测的较优算法。虽然其中高斯函数无论在时、频域都是最优函数^[1],但

高斯卷积核存在一个固有的缺陷,即其空间系数 σ 不具备自动调节的功能。 σ 决定滤除噪声的程度和定位的精确度^[2],即 σ 值越大,去除噪声的效果越好,可是定位精度越差; σ 值越小,虽定位越准确,但去噪效果就越差。一旦 σ 值确定,则将不能自适应地针对信噪比的差异来平滑图像,从而无法取得最好的检测效果,这也是大多数算法没有选择高斯函

收稿日期:2007-12-17;改回日期:2008-04-07

第一作者简介:王青竹(1983~),女,现为吉林大学通信与信息系统专业博士研究生。主要研究方向为图像处理、图像边缘检测。

E-mail: wangqingzhu198339@163.com

数作为小波函数的主要原因。

由于高斯函数的优越性,很多文献都对 LOG (Laplacian-Gaussian) 算法提出改进^[3-5],即将图像分块,然后按区域自适应地设计与之相应的 σ 值,这种方法主要存在以下两个缺点:

(1) 算法复杂,其分块自适应计算 σ 值的计算量过大;

(2) Laplacian 算法自身的优越性不如小波变换检测算法,以致改进的 LOG 算法的边缘检测效果并不理想。

针对这些主要问题,本文提出了一种基于高斯小波函数的,先利用灰度共生矩阵特征值自适应选择 σ ,然后对图像进行多层次的边缘检测,最后将各层的检测结果进行融合的算法。

2 基于高斯小波的边缘检测

2.1 小波变换在边缘检测中的应用^[6]

在小波多分辨分析中,一般都引入了尺度函数 $\phi(t)$ 和小波函数 $\varphi(t)$,其中尺度函数具有低通滤波功能,而小波函数则具有高通滤波的功能。多尺度小波边缘检测就是先利用一个 2 阶可导平滑函数 $\theta(t)$,在不同尺度下,平滑所检测的信号,然后根据一次、二次微分找出它的突变点。其中一次微分的极大值点对应二次微分的零交叉点和平滑后信号的拐点。当选择的小波函数 $\varphi(t)$ 与平滑函数 $\theta(t)$ 满足 $\varphi(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ 时,就可以根据小波变换系数的模极值进行边缘检测,称之为第 1 类小波边缘检测算子。当选择的小波函数 $\varphi(t)$ 与平滑函数 $\theta(t)$ 满足 $\varphi(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$ 时,则可以根据小波变换系数的零交叉点进行边缘检测,称之为第 2 类小波边缘检测算子。

Malla 指出,使用平滑函数的一阶导数的极值进行边缘检测优于使用其二阶导数的零交叉检测^[7-8],所以本文采用图像边缘检测中的极值检测方法。

定义 $\theta(x, y)$ 为 2 维平滑函数,当尺度为 S 时,令

$$\theta_s(x, y) = \frac{1}{S^2} \theta\left(\frac{x}{S}, \frac{y}{S}\right) \quad (1)$$

则 2 维小波变换定义如下:

$$\psi^{(1)}(x, y) = \frac{d\theta(x, y)}{dx}, \psi^{(2)}(x, y) = \frac{d\theta(x, y)}{dy} \quad (2)$$

记

$$\begin{aligned} \psi_s^{(1)}(x, y) &= \frac{1}{S^2} \psi_s^{(1)}\left(\frac{x}{S}, \frac{y}{S}\right) \\ \psi_s^{(2)}(x, y) &= \frac{1}{S^2} \psi_s^{(2)}\left(\frac{x}{S}, \frac{y}{S}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

小波变换就是信号函数与小波函数的卷积,当 $f(x)$ 的尺度为 S 时,其 2 维小波函数 $\psi^{(1)}(x)$ 和 $\psi^{(2)}(x)$ 的小波变换分别定义为 ($*$ 表示卷积积)

$$\begin{aligned} W_s^{(1)}f(x, y) &= f * \psi_s^{(1)}(x, y), W_s^{(2)}f(x, y) \\ &= f * \psi_s^{(2)}(x, y) \end{aligned} \quad (4)$$

其用列向量可表示为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_s^{(1)}f(x, y) \\ W_s^{(2)}f(x, y) \end{bmatrix} &= S \begin{bmatrix} \frac{d}{dx}(f * \theta_s)(x, y) \\ \frac{d}{dy}(f * \theta_s)(x, y) \end{bmatrix} \\ &= S \nabla(f * \theta_s)(x, y) \end{aligned} \quad (5)$$

梯度矢量的模正比于小波变换的模,即

$$M_s f(x, y) = \sqrt{|W_s^{(1)}f(x, y)|^2 + |W_s^{(2)}f(x, y)|^2} \quad (6)$$

梯度矢量与水平方向的夹角(相角)为

$$A_s f(x, y) = \arctan\left[\frac{W_s^{(2)}f(x, y)}{W_s^{(1)}f(x, y)}\right] \quad (7)$$

对在 2 维平面上固定尺度 S 的一点 (x, y) ,在由 $A_s f(x, y)$ 给出的方向上,如果模 $M_s f(x, y)$ 是局部极大值,则点 (x, y) 是 $f * \theta_s(x, y)$ 的突变点(在数字化应用中,一般只考虑尺度 $S = 2^l$)。

2.2 高斯小波^[2]

高斯函数的表达式为

$$g_\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/(2\sigma^2)} \quad (8)$$

容易证明,高斯函数可以作为尺度函数,且高斯函数的各阶导数均满足小波函数的容许性条件,都是小波函数^[2]。

在频域,高斯函数的 n 阶导数可表示为

$$g_\sigma^{(n)}(\omega) = (j\omega)^n e^{-\sigma^2\omega^2/2} \quad (9)$$

对于二进小波变换,则存在以下关系:

$$\begin{aligned} \phi\left(\frac{t}{2^q}\right) &= \sqrt{2} \sum_k h(k) \phi\left(\frac{t}{2^{q-1}} - k\right) \\ \varphi\left(\frac{t}{2^q}\right) &= \sqrt{2} \sum_k l(k) \phi\left(\frac{t}{2^{q-1}} - k\right) \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\phi(t)$ 为尺度函数, $\varphi(t)$ 为小波函数, $h(k)$ 为低

通滤波器, $l(k)$ 为高通滤波器, q 为尺度值。

$$H(\omega) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} h(n) e^{-j\omega n} \quad (11)$$

$$H(\omega) = \frac{\hat{\phi}(2\omega)}{\hat{\phi}(\omega)} \quad (12)$$

对上式求傅里叶反变换即可得到

$$h(n) = \frac{1}{\sqrt{6\pi} \sigma} e^{-t^2/6\sigma^2} \quad (13)$$

由高斯函数的各阶导数构成的小波函数和高斯函数也可以表示为以下一个二尺度伸缩方程:

$$g_{\sigma}^{(n)}(t) = 2 \sum_{k \in \mathbf{Z}} l_n(k) g_{\sigma}(2t - k) \quad (14)$$

令

$$L_n(\omega) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} l_n(k) e^{-j\omega k} \quad (15)$$

由式(8)和式(12)就可以得到

$$\begin{aligned} L_n(\omega) &= \frac{g_{\sigma}^{(n)}(2\omega)}{g_{\sigma}^{(n)}(\omega)} = (j\omega)^n 2^n e^{-3\sigma^2\omega^2/2} \\ &= (j\omega)^n 2^n H(\omega) \end{aligned} \quad (16)$$

由傅里叶变换转到时域为

$$l_n(t) = (2^n h(t))^{(n)} \quad (17)$$

由于本文选择高斯函数的一阶导数作为小波函

$$P_{\delta} = \begin{bmatrix} p(0,0) & p(0,1) & \cdots & p(0,r_2) & \cdots & p(0,L-1) \\ p(1,0) & p(1,1) & \cdots & p(1,r_2) & \cdots & p(1,L-1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p(r_1,0) & p(r_1,1) & \cdots & p(r_1,r_2) & \cdots & p(r_1,L-1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p(L-1,0) & p(L-1,1) & \cdots & p(L-1,r_2) & \cdots & p(L-1,L-1) \end{bmatrix}$$

共生矩阵中的每个元素表示了某种灰度组合下出现的次数。类似于 $p_{\delta}(r_1, r_2), p_{\delta}(r_1, r_2, d, \theta)$ 表示图像中灰度为 r 和 t , 相距为 d , 角度为 θ 的像素对出现的归一化频率。

经研究发现, 灰度共生矩阵的惯性矩、逆差距、差方差、差商等特征均能分辨图像灰度空间分布的复杂程度, 其中惯性矩特征可将图像灰度的空间分布的复杂程度的差异显著拉开, 因此其度量效果最佳^[4]。惯性矩特征值表达式如下:

$$F = \sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_g} (r_1 - r_2)^2 p_{\sigma}(r_1, r_2, d, \theta) \quad (19)$$

其中 N_g (g 代表 gray) 表示图像的灰度级。

对于灰度变化平坦的图像, $p_{\delta}(r_1, r_2, d, \theta)$ 的值主要集中在矩阵主对角线附近, 其值较小, 相反, 对于复杂的图像, 由于其相应的惯性矩特征值较大, 所以高斯函数的空间系数 σ 可以通过计算灰度共生

数, 所以只考虑 $n = 1$ 的情况, 即

$$l_1(t) = \frac{1}{3\sqrt{6\pi} \sigma} e^{-t^2/6\sigma^2} \quad (18)$$

2.3 灰度共生矩阵^[3]

灰度共生矩阵(gray level co-occurrence matrix)分析法是纹理分析中的一种重要方法, 它是通过研究图像中两个像素灰度级联合分布的统计形式, 以精确反映图像纹理的粗糙程度、重复方向和空间复杂度。可见, 利用灰度矩阵可以计算图像纹理的一致性和反差性。该算法是一种根据所得参数并结合图像边缘检测算法来检测图像边缘的行之有效的办法。

灰度共生矩阵描述了图像中, 从灰度为 r_1 的像素点离开某个固定位置关系 $\delta = (Dx, Dy)$ 的点上灰度为 r_2 的概率。其可用 p_{δ} 表示为 $p_{\delta}(r, t)$ ($r_1, r_2 = 0, 1, 2, \dots, L-1$), 式中 L 表示图像的灰度级, r_1, r_2 分别表示两像素的灰度, δ 表示两像素间的空间位置关系, Dx, Dy 分别是目的点离开固定点的沿 x, y 坐标方向距离。当空间中两像素的位置关系 δ 确定后, 就生成了一定 δ 下的灰度共生矩阵

矩阵的惯性特征值影射来获得。

文献[4]中介绍了一种根据惯性特征值求 σ 的方法, 由于对图像内每个像素都要计算其邻域的惯性矩特征值, 其计算时间过长, 因此可只取整个图像惯性矩特征的均值来计算 $d = 1, 3, 5; \theta = 0^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}, 135^{\circ}$ 的惯性矩值, 并且可以用 12 个惯性矩值的均值 \bar{F} 代表图像灰度的空间分布的复杂程度。

文献[4]给出了以下 \bar{F} 与 σ 的对应关系:

$$\sigma = 0.8 + \ln(\bar{F} + 1) / 10 \quad (20)$$

2.4 自适应阈值的选取

在判断边缘时, 为了去除因噪声和灰度不均而引起的虚假边缘, 需要设定一个阈值。如果对每一层的待测图像用统一的阈值进行检测, 则某些弱边缘会随着由灰度不均、噪声等原因而产生的虚假边缘一并被滤除。所以本文用小波变换的方法设计以下一种自适应阈值:

采用 $n \times n$ 大小的窗口,先对可能的边缘图像进行扫描,然后由窗口内的小波变换系数求出阈值,计算公式如下:

$$T = T_0 + \alpha_0 \times \sum_{i,j} C_{i,j} \quad (21)$$

式中, T 为阈值; T_0 为初始阈值; $C_{i,j}$ 为与当前窗口对应的小波变换系数; α_0 为一比例系数,用以决定与当前窗口相对应的小波变换系数对阈值的影响程度; T_0, α_0 的值可根据实际情况进行调整。

窗口大小的确定对采用自适应阈值方法至关重要。若窗口太小,则图像噪声和灰度不均匀对阈值的影响增大,使误检率提高;若窗口太大,图像中的微弱边缘易被滤去,则检测效果较差。因此,要根据实际图像的特点来合理选择窗口大小。

3 融合算法在 Gaussian 小波边缘检测中的应用

本文根据 Gaussian 小波函数的固有特点设计了一种“先自适应求 σ 值,再根据 σ 值设计高、低通滤波器,然后对图像做多层次边缘检测,最后将各层次的检测结果按照一定规则融合”的算法,具体流程见图 1。

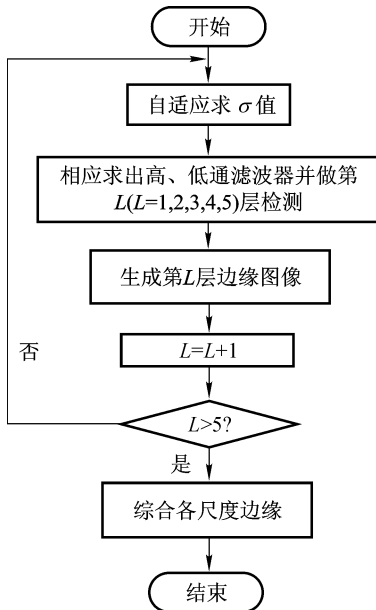


图 1 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of the algorithm

边缘检测时,先根据待测图像灰度共生矩阵的惯性特征值来计算空间系数 σ ,并由 σ 设计高低通滤波器;然后对加噪图像做第 1 层滤波,其中高通部

分为第 1 层边缘,低通部分为下一层待测图像,并根据下一层待测图像的灰度共生矩阵设定相应的 σ 值,以此类推,直至检测结束。

最后按照一定规则,对各层图像进行融合,就可以取得单像素宽度的边缘。

文献[9]指出,对大部分图像而言, σ 的变化范围是 0.9 ~ 1.25,由于 σ 变化幅度较小,即对去噪程度和定位偏移程度影响均较小,所以本文算法比较适合用于分辨率较小图像的去噪。

通过对不同分辨率图像进行的大量试验可以发现,当检测层数大于 5 时, σ 基本不再变化,即接近可变范围内的最大值,所以本文检测层数设为 5。

由于每层边缘图像偏移程度较小,不会超过 1 pixel,所以设计如下融合方案(对应流程图(图 1)中的“综合各尺度边缘”这一环节):

(1)扫描第 k (k 初值为 5)层图像,同时根据阈值判断出边缘点,并标记这些点及其 8 邻域点;

(2)在与标记点对应的位置上,根据阈值通过判断第 $k-1$ 层图像来得到新的待定边缘,并标记这些点及其 8 邻域点;

(3) $k = k - 1$;

(4)当 $k < 1$ 时,则结束循环,否则跳转到步骤(1)。

经过以上步骤,最后即可得到单像素宽度边缘。

4 仿真结果及分析

这里分别以分辨率为 256×256 的 Cameraman 图像、分辨率为 256×256 的 Lena 图像、分辨率为 512×512 的 Matlab 标准图像、分辨率为 1024×1024 的 Matlab 标准图像为例来进行边缘检测仿真实验。

因为 B 样条小波边缘检测算子是较优秀的检测算子,在文献[10]中已证明了该算法与经典边缘检测算法、Canny 算法相比较的优越性,所以本文只与 B 样条小波边缘检测算法的检测结果进行比较。

图 2 ~ 图 5 分别是分辨率为 256×256 的 Cameraman 图像、分辨率为 256×256 的 Lena 图像、分辨率为 512×512 的 Matlab 标准图像、分辨率为 1024×1024 的 Matlab 标准图像的检测结果比较。

下面以 Canny 准则^[11]对两种算法进行对比,Canny 准则包括以下 3 条指标:

(1)信噪比准则(准则 1);



(a) Cameraman原图像

(b) 加噪Cameraman图像

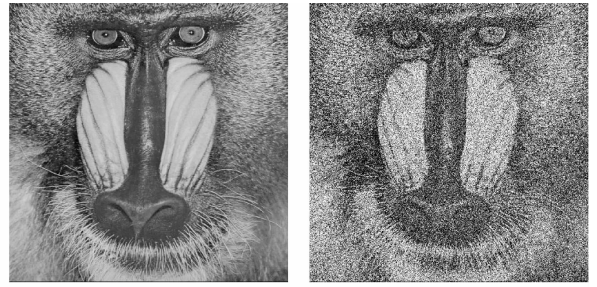


(c) B样条小波算法提取出的边缘

(d) 本文算法提取出的边缘

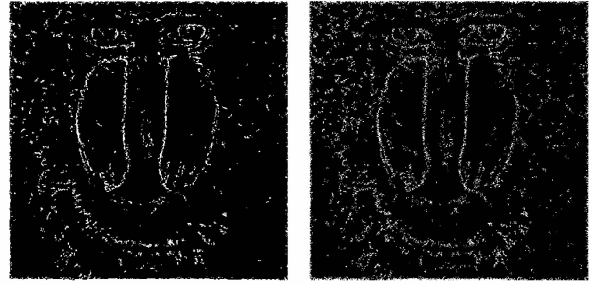
图 2 Cameraman 图像检测及比较

Fig. 2 Detection and comparison of image Cameraman



(a) Baboon原图像

(b) 加噪Baboon图像



(c) B样条小波算法提取出的边缘

(d) 本文算法提取出的边缘

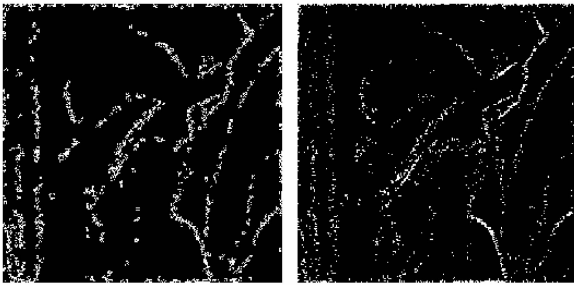
图 4 Baboon 图像检测及比较

Fig. 4 Detection and comparison of Baboon



(a) Lena图像

(b) 加噪Lena图像

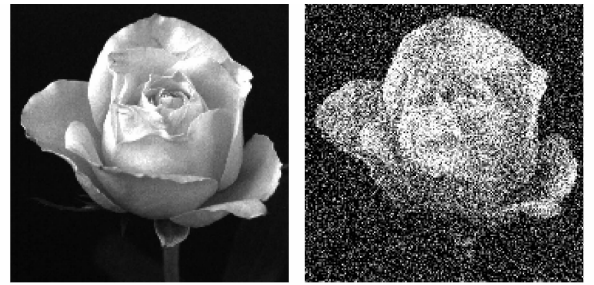


(c) B样条小波算法提取出的边缘

(d) 本文算法提取出的边缘

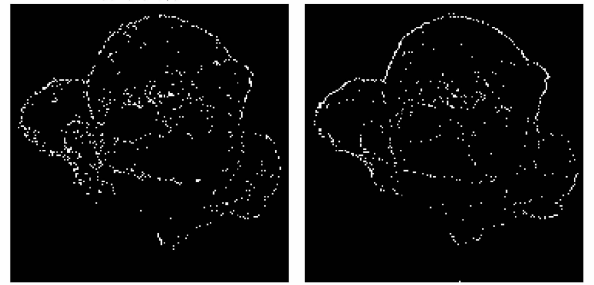
图 3 Lena 图像检测及比较

Fig. 3 Detection and comparison of image Lena



(a) 分辨率1 024×1 024Matlab 标准图像

(b) Matlab标准加噪图像



(c) B样条小波算法提取出的边缘

(d) 本文算法提取出的边缘

图 5 Matlab 标准图像(分辨率为 1 024 × 1 024) 检测及比较

Fig. 5 Detection and comparison of image(1 024 × 1 024)

(2) 定位精度准则(准则 2);

(3) 单边缘相应准则(准则 3);

理想的检测结果应该有较高的信噪比、较低的偏离度,以及尽量不产生双边缘。

本文参考这 3 条准则,将提取到的无噪图像的边缘作为标准,并将两种算法检测到的边缘分别与之进行比较,相同的像素点视为信号,不同的像素点即为噪声。

第 1 组仿真实验结果见表 1,由表 1 可见,信噪比提高了 3.76%,偏离度降低了 21.4%,计算时间增加了 0.29%;第 2 组仿真实验结果见表 2,信噪比提高了 6.07%,偏离度下降了 13.3%,计算时间增加了 2.17%;第 3 组仿真实验结果见表 3,信噪比提高了 1.71%,偏离程度降低了 5.26%,计算时间增加了 3.55%;第 4 组仿真实验结果见表 4,信噪比提高了 0.47%,偏离度降低了 13.6%,计算时间增加了 6.36%。

表 1 Cameraman (256 × 256) 的仿真结果

Tab. 1 Simulation result of Cameraman (256 × 256)

	信噪比 (dB)	定位精度	双边缘	时间 (s)
原算法	53.618 0	0.004 2	近似于 0	11.865 8
本文算法	55.636 0	0.003 3	近似于 0	11.900 7

表 2 Lena (256 × 256) 的仿真结果

Tab. 2 Simulation result of Lena (256 × 256)

	信噪比 (dB)	定位精度	双边缘	时间 (s)
原算法	36.935 7	0.015 0	近似于 0	11.619 8
本文算法	39.177 3	0.013 0	近似于 0	11.873 0

表 3 Matlab 标准图像 (512 × 512) 的仿真结果

Tab. 3 Simulation result of standard image (512 × 512)

	准则 1 (dB)	定位精度	准则 3	时间 (s)
原算法	59.668 0	0.001 9	近似于 0	51.206 7
本文算法	60.688 6	0.001 8	近似于 0	53.025 4

表 4 Matlab 标准图像 (1 024 × 1 024) 的仿真结果

Tab. 4 Simulation result of standard image (1 024 × 1 024)

	准则 1 (dB)	定位精度	准则 3	时间 (s)
原算法	59.361 8	0.002 2	近似于 0	237.662 2
本文算法	59.638 2	0.001 9	近似于 0	252.770 0

从表中可以看出,3 组仿真实验结果均证明本文算法在准确定位和有效去除噪声两方面均优于 B 样条小波边缘检测算法,而计算速度则略逊于原算法,这主要是因为计算灰度共生矩阵特征值这一步增大了计算量所致。

由表 5 可以明显看出,随着图像分辨率的增加,信噪比提高的程度降低。这是因为,本文算法是利用高斯函数的空间系数 σ 对图像进行多层次的检测,可是空间系数 σ 可变的范围很小 (0.9 ~ 1.25),即对滤除噪声程度的影响小,当图像分辨率较低时, σ 在很小的范围内变化就可将噪声基本滤除;当分

辨率较大时,即使 σ 值达到可变范围内的极限,噪声仍可能没有被完全滤除,所以无法得到最佳的去噪效果。

表 5 信噪比提高程度与分辨率的关系

Tab. 5 Relation of SNR's improvability and resolution ratio

	Cameraman (256 × 256)	Lena (256 × 256)	标准图像 1 (512 × 512)	标准图像 2 (1 024 × 1 024)
信噪比提高比例 (%)	3.76	6.07	1.71	0.47

由表 6 可以看得出,随着图像分辨率的增加,运算速度降低的程度明显提高(即运算速度变慢)。这是因为本文算法在自适应选择 σ 值时,需要计算图像灰度共生矩阵的惯性特征值,当像素点增加时,计算量随之增大的缘故。

表 6 运算速度降低程度与分辨率的关系

Tab. 6 Relation of speed's reduction and resolution ratio

	Cameraman (256 × 256)	Lena (256 × 256)	标准图像 1 (512 × 512)	标准图像 2 (1 024 × 1 024)
运算速度降低程度 (%)	0.29	2.17	3.55	6.36

综上所述,考虑到 Canny 准则与运算时间,本文算法更适合用于分辨率较低的灰度图像的边缘检测。

5 结 论

本文结合融合算法,提出了一种自适应选取阈值和空间系数的高斯小波边缘检测算法。该算法不仅弥补了高斯小波卷积核的固有缺陷,而且充分体现出高斯小波优越性,通过实验证明,这种方法在去除噪声和准确定位两方面均优于传统的经典算法、Canny 算法,以及近年来较优秀的 B 样条小波算法。

由于高斯卷积核的空间系数的变化范围较小,所以对去噪和移位程度的影响也较小。因此本文算法适合用于分辨率较小的灰度图像的边缘检测,对于分辨率大于 1 024 × 1 024 的图像,检测结果的信噪比基本不再提高。

在实际应用中,由于数字图像往往达不到

Matlab 标准图像的分辨率(1 024 × 1 024),所以本文算法虽有局限,但仍有一定实用性。

参考文献 (References)

- 1 Sun Yan. Technology of Image Detection Base on Wavelet[D]. Department of Control Theory and Control Engineering, Northwest Industry University, Xi'an; Northwest Industry University, 2004. [孙炎. 基于小波变换的边缘检测技术[D]. 西北工业大学控制理论与控制工程系, 西安:西北工业大学, 2004.]
- 2 Zhao Xue-zhi, Chen Wen-ge. The wavelet series wased on Gaussian function and its fast algorithm [J]. Journal of South China University of Technology, 2001, **29**(1):94-97. [赵学智, 陈文戈. 基于高斯函数的小波系及其快速算法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2001, **29**(1):94-97.]
- 3 Zhao Hai-cao, Dong Jie-chun. A self-adaptable method to detect edge in images based on gray level co-occurrence matrix [J]. Micro-computer Information, 2006, **22**(6):186-188. [赵海涛, 董介春. 基于灰度共生矩阵的自适应图像边缘检测[J]. 微计算机信息, 2006, **22**(6):186-188.]
- 4 Yang Zhen-ya, Wang Yong, Wang Cheng-dao. The enhanced method of LOG operator in edge detection [J]. Computer Applications and Software, 2004, **21**(9):88-89. [杨振亚, 王勇, 王成道. LOG算子边缘检测的改进方案[J]. 计算机应用与软件, 2004, **21**(9):88-89.]
- 5 Deok J P, Kwon M N, Rare-Hong P. Multiresolution edge detection techniques [J]. Pattern Recognition, 1995, **28**(2):211-229.
- 6 Marr D, Hildreth E. Theory of edge detection [J]. Proceedings Royal Society London, 1980, **B207**: 187-217.
- 7 Mallat S G, Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, **14**(7): 710-732.
- 8 Mallat S, Hwang W. Singularity detection and processing with wavelets [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992, **38**(2): 617-643.
- 9 Yang Zhen-ya, Wang Shu-xian, Wang Cheng-dao. A self-adaptable method to detect edge in images [J]. Computer Applications, 2003, **23**(5):15-17. [杨振亚, 王淑仙, 王成道. 自适应图像边缘检测算法[J]. 计算机应用. 2003, **23**(5):15-17.]
- 10 Lian Jin, Wang Ke, Lv Zhi-ying. Adaptive thresholds multi-scale edge detection based on B-spline wavelet [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2005, **35**(5): 252-256. [连静, 王珂, 吕智莹. 基于B样条小波的自适应阈值多尺度边缘检测[J]. 吉林大学学报(工学版), 2005, **35**(5): 252-256.]
- 11 John Canny. A computational approach to edge detection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, **8**(1):679-697.